

# LA PROBABILIDAD EN EL AULA

Una propuesta de trabajo



*Serie Estrategias nº 1*

ÁFRICA MARTÍNEZ SAN PEDRO

CENTRO POVEDA

# LA PROBABILIDAD EN EL AULA

*Una propuesta de trabajo*

---

ÁFRICA MARTÍNEZ SAN PEDRO

CENTRO POVEDA

Santo Domingo , 1998

*Serie : Estrategias n ° 1*

© Centro Cultural Poveda.

Puede reproducirse total o parcialmente este documento siempre que se haga de modo literal y se mencionen los autores.

Derechos Reservados:

© **1998, Centro Cultural Poveda, Inc.**

**EDITORIAL CENTRO CULTURAL POVEDA**

**ISBN : 84 - 95188 - 09 - 0**

Calle Pina 210 - A, Ciudad Nueva, Santo Domingo, D.N. Tels. 689 -5689/686 -- 0210.  
Fax:685 - 4635. E-Mail: [ctro.poveda@codetel.net.do](mailto:ctro.poveda@codetel.net.do)

Autora : Africa Martínez San Pedro

Portada: M<sup>a</sup> del Pilar Cachofeiro

Composición y Diagramación : M<sup>a</sup> del Pilar Cachofeiro y Junior Emilio Hidalgo

Edición al cuidado : M<sup>a</sup> del Pilar Cachofeiro Ramos

Impreso en República Dominicana, Editora Buho, Calle José Contreras esq. Abraham Lincoln, Santo Domingo. Tel. 532-2343

## 0. - PRESENTACIÓN

El propósito de este material es aportar algunos recursos y estrategias del bloque temático de Azar y Probabilidades del área de Matemáticas.

Está pensado, como material didáctico, para que puedan trabajar Maestras y Maestros de Educación Básica.

Es una propuesta abierta, creativa, que ayuda a seguir profundizando y a crear otros referentes a partir de los propuestos. El material consta de dos partes; La primera contiene actividades de Probabilidad y la segunda de Conteo para trabajar con las y los estudiantes.

Este trabajo, realizado por Africa Martínez<sup>1</sup>, colaboradora incondicional del Centro Poveda, da inicio a la ***Serie Estrategias***.

Esta Serie surge como respuesta a las necesidades sentidas de tantas maestras y maestros que en su quehacer educativo requieren de referentes para implementar cambios alternativos en su práctica socioeducativa cotidiana.

---

<sup>1</sup> Especialista del Área de Matemáticas. Española. Trabaja en el Colegio Público Parque Ansaldo San Juan (Alicante) . España.



## CONTENIDO

<b>0. - PRESENTACIÓN .....</b>	<b>1</b>
<b>I. - LA PROBABILIDAD EN EL AULA. UNA PROPUESTA DE TRABAJO.....</b>	<b>5</b>
1. - Positivos y Negativos.....	7
2. - Iguales o Distintas .....	7
3. - La Ruleta .....	8
4. - Pintar un Dado.....	9
5. - La Carrera de Caballos.....	10
6. - La Caza de Patos .....	11
<b>2. - ACTIVIDADES DE CONTEO (RECUESTO).....</b>	<b>13</b>
1. - Maneras de Vestir .....	13
2. - Las Palabras .....	14
3. - Helados .....	14
4. - Rombos .....	15
5. - Estrellas .....	15
6. - Caras .....	16
7. - Banderas .....	16
<b>III . - BIBLIOGRAFÍA.....</b>	<b>19</b>



## **I. - LA PROBABILIDAD EN EL AULA. UNA PROPUESTA DE TRABAJO**

La Probabilidad y la Estadística, son disciplinas cuyos contenidos recogen distintos aspectos acerca del tratamiento matemático de la información. Se ha convertido ya en tónica la afirmación de la importancia que tiene la Estadística en la sociedad postindustrial. Muchos de los mensajes emitidos por los medios de comunicación de masas utilizan datos estadísticos. Así es como se plantean la justificación de las opiniones que aspiran a tener gran impacto. De este modo, la utilidad de las técnicas estadísticas se han convertido en pruebas palpables.

Es conocido que el estudio de la Probabilidad comenzó a tener carácter científico con las cartas que se cruzaron Pascal y Fermat, a propósito de los problemas sobre juegos de azar que les propuso al primero de ellos, el caballero Tahúr de Meré.



El cálculo de probabilidades nació de los juegos y es jugando como mejor pueden aproximarse a él las y los estudiantes.

Durante largo tiempo, se ha creído, como consecuencia sobre todo de las tesis de Piaget, que el concepto de azar sólo debía ser abordado una vez inaugurada la llamada "etapa formal" del joven. Por eso, tradicionalmente tal estudio ha sido postergado a los últimos niveles de la enseñanza.

Estudios y trabajos más modernos parecen sugerir, que no sólo no es contraproducente sino más bien conveniente, una pronta toma de contacto con la incertidumbre. Lo importante, es que la toma de contacto se realice con una metodología que propicie la adquisición de ideas intuitivas, susceptibles de precisión en el futuro, a través de juegos, experimentación y manipulación de objetos.

Para estos juegos, se requiere material muy sencillo, los llamados generadores de azar: dados, monedas, ruletas, cartas, perinolas, etc.

Las y los estudiantes han de tener muchas experiencias de azar antes de enfrentarse a la probabilidad de una manera formal. En el desarrollo de estos juegos irán aprendiendo a distinguir sucesos posibles y sucesos imposibles, estableciendo de este modo, una primera medición de la probabilidad. Poco a poco, la experiencia les permitirá apreciar que hay sucesos más probables que otros.

Un importante proceso asociado a la medición de probabilidades es el de conteo sistemático de elementos de un conjunto. La práctica de recuentos puede hacerse en contextos numéricos o geométricos, centrando la atención en las justificaciones que garantizan que todas las posibilidades han sido tenidas en cuenta.

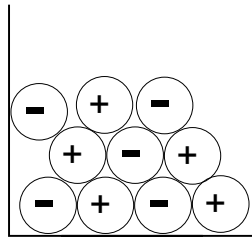
A continuación, se proponen una serie de actividades a realizar con las y los estudiantes. Se incluyen además, algunas sugerencias didácticas.

## 1. - Positivos y Negativos

Metemos en una urna diez bolas. Cinco de ellas van a estar marcadas con números positivos y las otras cinco con números negativos. Tomamos dos bolas al azar y sumamos los números.



¿Qué será más frecuente, suma positiva o negativa?



\* *En esta actividad es interesante hacer una predicción antes de pasar a la simulación.*

Se darán cuenta, de que no se dice qué números son los que aparecen en las bolas, y eso hace depender el resultado.

Puede empezarse la actividad numerando las bolas del 1 al 5.



En otro momento, se puede poner a todas las bolas el mismo número (cinco serán positivos y cinco negativos).




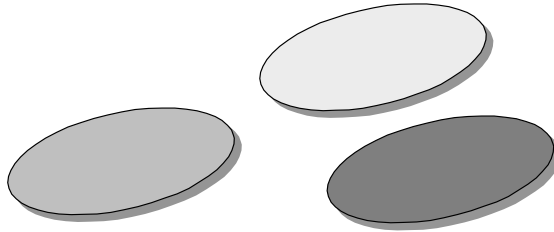
Analiza y compara los resultados. ¿Qué ocurre?.

## 2. - Iguales o Distintas

Tomamos tres fichas y las marcamos de la siguiente forma: La primera con los colores azul en una cara y rojo en la otra. La segunda con azul y verde y la última, con rojo y verde.

Se lanzan las tres fichas a la vez sobre la mesa. Si dos de ellas coinciden en color, gana un jugador/a. En el caso contrario, gana la otra persona.

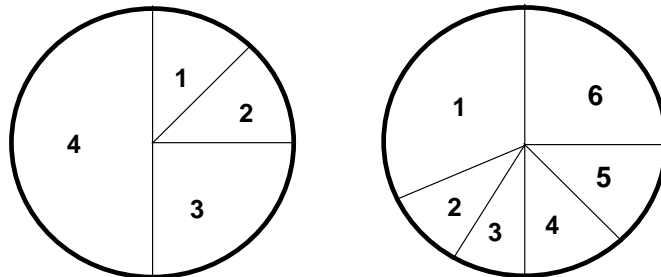
 Analiza el juego y expresa con cuál de los colores te gustaría jugar.




- \* *En este juego, aparece a primera vista que es más fácil que salgan dos con igual color que no. Puede haber dificultad para contar todas las posibilidades. El hacer un diagrama ayudará al recuento.*

### 3. - La Ruleta

La aguja de una ruleta como la de la figura se pone a girar.



 Determina la probabilidad de que se detenga en cada una de las regiones numeradas.

- \* *En esta actividad, se presenta otro recurso probabilístico. Es un modelo continuo en el que lo importante, es el área de cada región considerada sobre el círculo.*

En el primer caso los ángulos son fácilmente distinguibles y la proporción de círculo se calcula sin dificultad:

$$P(1) \text{ , } \frac{1}{2} \text{ de } 90^\circ \text{ ó } \left( \frac{1}{8} \text{ de } 360^\circ \right)$$

$$P(2) \text{ , } \frac{1}{2} \text{ de } 90^\circ \text{ ó } \left( \frac{1}{8} \text{ de } 360^\circ \right)$$

$$P(3) \text{ , } \frac{1}{4} \text{ de } 360^\circ \text{ ó } ( 2 \text{ veces } 45^\circ)$$

$$P(4) \text{ , } \frac{1}{2} \text{ de } 360^\circ \text{ ó } ( 2 \text{ veces } 90^\circ)$$

En el segundo caso, si se tiene dificultad habrá que usar el transportador para medir los ángulos.



Como complemento a esta actividad se puede pedir el diseño de una ruleta dando a los y las estudiantes otras posibilidades.

#### 4. - Pintar un Dado

Un jugador (Juan) colorea 2 ó 4 caras de un cubo bien construido, la otra jugadora (Ana) desconoce si han sido 2 ó 4 las caras coloreadas.

Juan comienza a lanzar el dado sobre la mesa y le dice a Ana (que no ve el resultado) SI o NO según que la cara que sale esté coloreada o no.

Cuando Ana lo desee, podrá detener el juego y comunicar cómo ha coloreado Juan el dado.



Practíquese por parejas, realizando los dos papeles (el de Juan y el de Ana).



**\* Este juego está diseñado para ir adquiriendo la destreza de predecir a la vista de los resultados que se obtienen de un suceso producido al azar.**

Una variante de esta actividad para estudiantes mayores es la de colocar en un funda opaca un número de objetos (por ejemplo 20) iguales, pero de cuatro colores distintos. Los objetos pueden ser fichas, bolas, cubos, etc.

El jugador o jugadora no sabe cuantos objetos hay de cada color y el juego consiste en: "Se extrae de la funda una ficha y se anota el color que tiene. Se vuelve a introducir la ficha en la funda. Se siguen haciendo extracciones hasta que la persona que juega se encuentra preparada para predecir el número de fichas de cada color que se han introducido en la funda".

## 5. - La Carrera de Caballos

Tenemos 12 caballos numerados del 1 al 12.

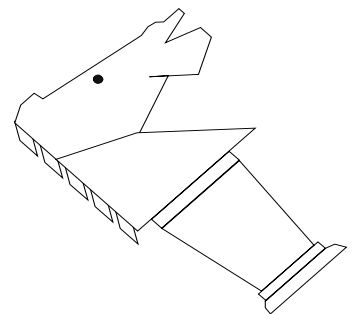
Se lanzan dos dados y la suma de ambos indica cual caballo debe avanzar una posición. Gana la carrera el caballo que primero avance 10 casillas.



¿Cuál es tu favorito?



Puedes hacer una predicción sobre la clasificación (cual es el caballo cuyo número tiene más probabilidades de repetirse durante el juego). Juega algunas partidas y comprueba si es acertada o crees que debes modificarla.



- \* *Dependiendo del grado al que se haga la propuesta de esta actividad, puede comenzarse construyendo el tablero que puede ser práctico para otros juegos.*

Este juego, presenta una situación en la que a primera vista, todos los caballos tienen la misma probabilidad de ganar. Después de unas cuantas jugadas y en cuanto las y los estudiantes van dándose cuenta del avance de los caballos, se para el juego y se comienza de nuevo, haciendo una nueva predicción del caballo ganador.

Conforme el juego avanza, las y los estudiantes se dan cuenta que la primera impresión es falsa. La razón es que el caballo con el número 1 nunca ganará y que el 6 y el 8 tienen la misma probabilidad de ganar, etc.

Se pueden producir discusiones sobre si es lo mismo "salir el 2 y el 3" que "salir el 3 y el 2". Por lo tanto, si habría que contar el suceso por duplicado o no. Una tabla de doble entrada puede ayudar a comprender el problema.

## 6. - La Caza de Patos

Diez cazadores, estupendos tiradores, van a cazar patos a una laguna. Al llegar, 10 patos se posan sobre el agua. Cada cazador dispara a un pato. Todos disparan simultáneamente y todos aciertan; pero ninguno sabe a qué pato apuntan los demás ¿Cuántos patos sobrevivirán?



Es una buena propuesta para simular la situación.

Dependiendo del grupo de estudiantes y de lo familiarizados/as que estén con las simulaciones, las propuestas podrían ser:

- 1.- A cada pato se le asigna un número del 1 al 10. Se escriben en la pizarra. Diez estudiantes hacen de cazadores/as y piensan al pato que quieren disparar. Van diciendo los números y se toma nota de los patos alcanzados; aparecerá que algún pato ha sido alcanzado más de una vez, ya que dos o más cazadores/as pueden haberle tirado al mismo pato. Se toma nota de los patos que se salvan, se repite esta simulación varias veces.
- 2.- Otra manera de hacer la simulación, sería poniendo diez fichas numeradas del 1 al 10 en una funda y se van sacando al azar (después de cada extracción vuelve la ficha a la funda). Cada diez extracciones sería una tirada. Se anotan también los patos que se salvan en cada tirada.
3. - Con la tabla de números aleatorios se pueden simular rápidamente 10 intentos por parejas de estudiantes.
- 4.- Otra forma consiste en lanzar un dado de 10 caras o una perinola (esferita) con 10 sectores.

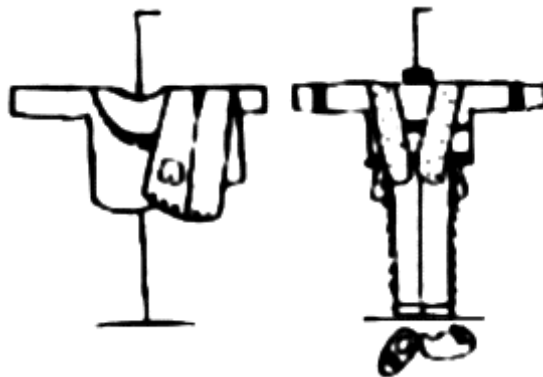
La discusión de como simular la situación es fundamental para apreciar su comprensión. Se puede pedir una estimación de los patos que quedarán vivos. Son necesarias suficientes jugadas para acercarse al resultado teórico. La medida de la clase dará aproximadamente 3.5 patos libres por cada tirada.

## 2. - ACTIVIDADES DE CONTEO (RECUENTO)

### 1. - Maneras de Vestir

Tienes tres poloshirt, tres pantalones y dos pares de zapatos.

💡 ¿De cuántas manera puede vestirse?



- \* *Se da por supuesto que las prendas del mismo tipo se distinguen por el color u otro característica. Para resolver este problema, se puede hacer un cuadro de doble entrada con pictogramas, representando cada una de las prendas. Puede quedar un esquema muy atractivo al hacerlo con colores diferentes.*



## 2. - Las Palabras

- 💡 ¿Cuántas palabras con sentido puedes encontrar sin alterar el orden de las letras?



## 3. - Helados

El calor aprieta. Nos introducimos en una heladería para aliviarnos. Dudamos entre cinco sabores de helado para elegir. Decidimos pedir cajitas de dos sabores.

- 💡 ¿Cuántos podemos pedir distintos? ¿Y si pidiéramos de tres sabores?

- \* *En esta propuesta hay que empezar decidiendo con las y los estudiantes los sabores de los helados entre los que van a elegir.*

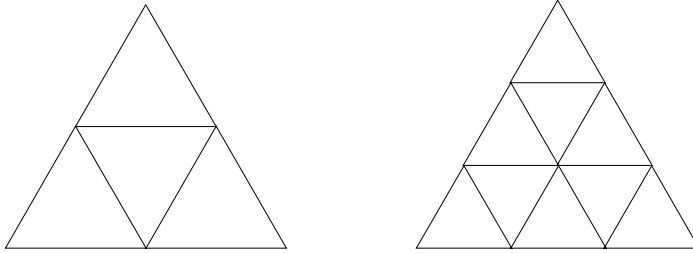
*Con los más pequeños pueden hacerse los dibujos combinando los colores de los helados.*

*Para los mayores, con un diagrama de árbol, se puede representar gráficamente y eso facilita la respuesta.*



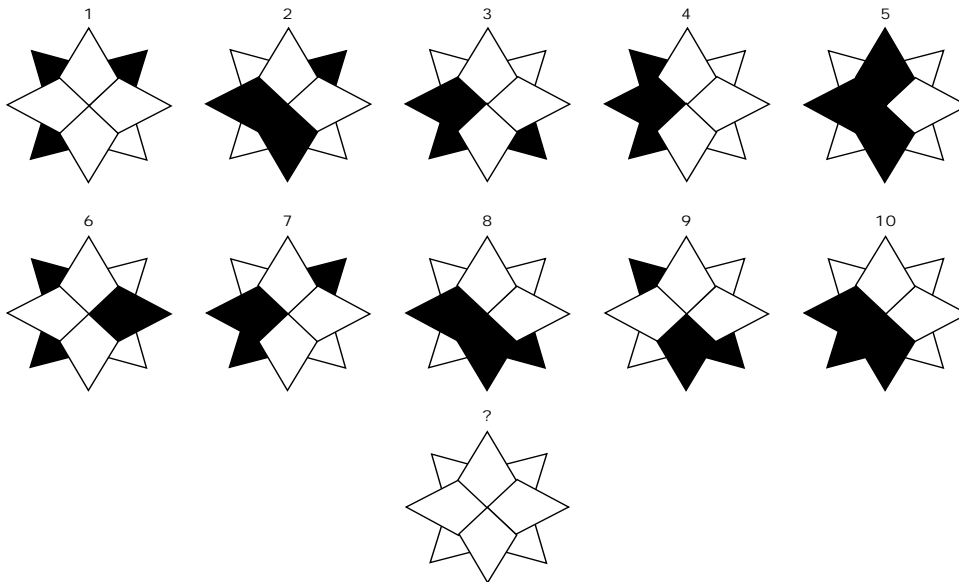
## 4. - Rombos

💡 ¿Cuántos rombos puedes contar en estos diseños?



## 5. - Estrellas

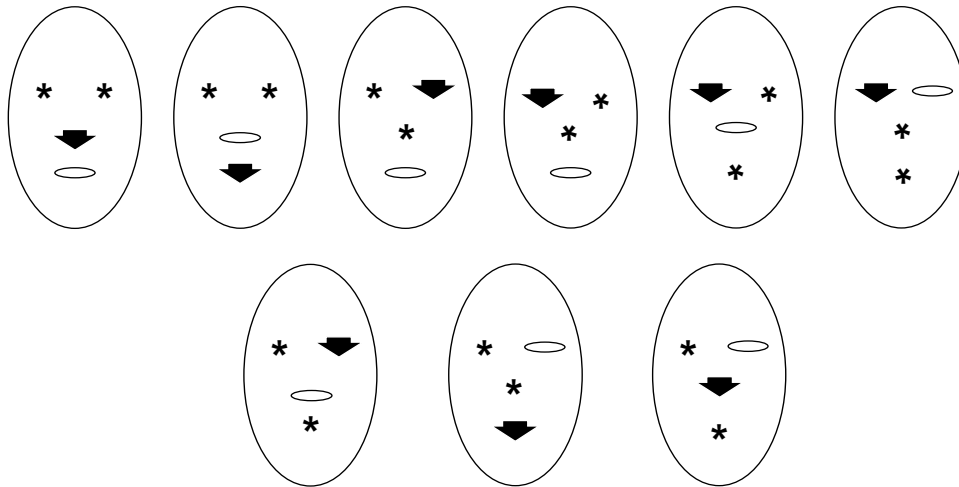
💡 Mira atentamente los dibujos. ¿Falta alguna estrella? Comenta tu estrategia para saberlo.



## 6. - Caras



Mira atentamente los dibujos. ¿Falta alguna cara?. Comenta tu estrategia para saberlo.



**\*** *Este tipo de actividades suele gustar mucho a las y los estudiantes.*

No todo se reduce a contar números y letras. El problema se resuelve sin dificultad. Es importante explicar cómo se obtiene la solución. Los criterios seguidos en ambas actividades suelen ser muy personales y las explicaciones también.

Como ampliación se puede pedir a cada estudiante que diseñe una actividad similar a ésta y después se la intercambian para resolverla.

## 7. - Banderas

Con tres franjas iguales de color verde, blanco y rojo, colocadas en horizontal, se puede conseguir la bandera de varios países. Sólo el orden de colocación de los colores las distingue.



¿Cuántas banderas podríamos conseguir con esos colores, sin repetir ninguno, en las tres franjas? ¿Y si fueran cinco?

- \* *Este ejercicio presenta una situación real. Se puede comprobar que las banderas de Irán y de Hungría tienen esos colores en distinto orden sin ningún otro tipo de distintivo. Indonesia y Mónaco coinciden en la bandera con dos franjas horizontales que la divide por la mitad, la superior roja y la inferior blanca. Polonia tiene en su bandera estos dos mismos colores y franjas, pero en este caso la mitad superior es blanca y la inferior roja.*



Para conseguir todas las banderas posibles sin dejarse ninguna se pueden conseguir varios caminos:

- ❖ Detallar todas las posibilidades utilizando palillos de colores o lápices y dibujarlas.
- ❖ Escribir en orden las variaciones posibles: verde rojo -- blanco, rojo – verde - blanco, ...
- ❖ Hacer un diagrama de árbol.

Se puede intentar llegar a la generalización. Hay que prestar atención a cómo depende el número final del número de colores utilizados y de las franjas que haya.

Una tabla puede ayudar:

<b>Colores</b>	3	4	5	6
<b>Banderas</b>	6	24	60	120
	3 x 2	4 x 3 x 2	5 x 4 x 3	6 x 5 x 4

La generalización para el caso de n colores es:

$$n \cdot (n-1) \cdot (n-2)$$



### III . - BIBLIOGRAFÍA

ALLEN, P. (1989) **El hombre numérico**. Barcelona. Edit. Tusquets.

AA VV. (1980) **Probabilidad y estadística**. Generalitat Valenciana. Materiales para 2º de E.S.O. Valencia.

AA VV. (1993) **Actividades sobre Azar y Probabilidad**. Materiales 12 - 16 Para Educación Secundaria. Madrid. Edita Ministerio de Educación y Ciencia y Narcea.

BOREL, E. (1971) **Las probabilidades y la vida**. Barcelona. Edit. Oikos-Tau.

COLERA JIMENEZ, J. (1990) **Juegos y cachivaches para el estudio del Azar**. Madrid. Apuntes Educación Anaya, nº37.

COPEKLAND, J. R. (1970) **How children learn Mathematics**. England. Collier Macmillan International.

“En este momento, como en todos, en los que se impone la necesidad de una acción, es de gran importancia que todas las personas tomen parte en lo que les corresponde”.

Pedro Poveda